AKADIMEK LITSEYDA TENGLAMA VA TENGSIZLIKNI O`QITISH METODIKASI

Egamberdiyeva Farangis Oymurod qiz
Yangiyo'l tumani 2-umumta'lim maktabi matematika fan o'qituvchisi

Kalit so'zlar: *Tenglama,chiziqli tenglama,kvadrat tenglama,tengsizlik,logorifmik tenglama.*

Asosiy tushuncha

Akademik litsey bosqichida tenglama va tengsizliklar umumiy o'rta ta'limga nisbatan chuqurroq, nazariy asoslangan va tahliliy yondashuv asosida o'qitiladi. Maqsad — o'quvchilarda matematik tafakkur, mantiqiy isbotlash va modellashtirish ko'nikmalarini shakllantirish.

Tenglama — noma'lum qatnashgan tenglik bo'lib, uning ildizi tenglikni to'g'ri aylantiradigan qiymatdir.

1.1.Chiziqli tenglama

Chiziqli tenglama — bu ikkala tomoni ham birinchi darajali (noma'lum) ko'phadlardan iborat tenglamadir.Chiziqli tenglamalar (matematikada) — noma'lumlarning faqat birinchi darajalari aniq koeffitsiyentlar bilan qatnashib, ularning yuqori darajalari, o'zaro ko'paytmalari va murakkab funksiyalari qatnashmagan tenglamalar. Bir necha noma'lumli hollarda esa Chiziqli tenglamalar sistemalari bilan ish ko'riladi. Aniqlovchi va matritsa to'g'risidagi ta'limotlar paydo bo'lganidan keyin Chiziqli tenglamalar nazariyasi rivojlandi. Chiziqlilik tushunchasi algebraik tenglamalardan matematikaning boshqa sohalaridagi tengliklarga ko'chiriladi. Masalan, chiziqli differensial tenglama noma'lum funksiya va uning hosilalari chiziqli, ya'ni 1-darajaliga kiradigan tenglamadir.

Chiziqli tenglamani quyidagi ko'rinishda ifodalash mumkim:

$$ax + b = 0,$$

bu yerda **a** - nol bo'lmagan son, **b** - ozod had.

Bir **x** o'zgaruvchili chiziqli tenglama deb

$$ax = b$$

(bu yerda a va b – haqiqiy sonlar) ko'rinishidagi tenglamaga aytiladi. Bu yerda a – o'zgaruvchi oldidagi koeffitsient, b esa ozod had deyiladi.

$$ax = b$$

chiziqli tenglama uchun uchta hol ro'y berishi mumkin:

$$a \neq 0;$$

bu holda tenglama ildizi

$$x = -\frac{b}{a}$$

ga teng;

$$a = 0, b = 0;$$

bu holda tenglama

$$x = 0$$

ko'rinishga keladi va har qanday x da to'g'ri bo'ladi;

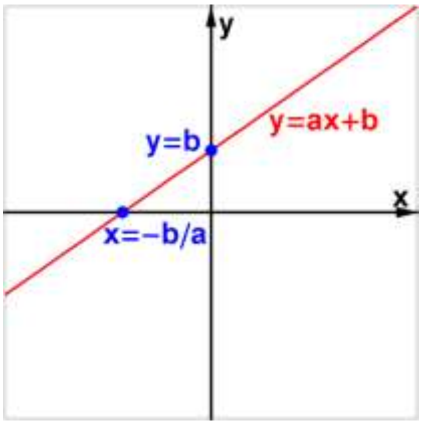
$$a = 0, b \neq 0;$$

bu holda tenglama

$$0 \cdot x = b$$

Ko'rinishga keladi va ildizga ega bo'lmaydi.

Chiziqli tenglama grafigi:



1.2.Kvadrat tenglamalar

Kvadrat tenglama — matematikada ko'p hadli, bir o'zgaruvchili va ikkinchi darajali tenglama. Umumiy ko'rinishi odatda quyidagicha ifodalanadi:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Bu yerda a, b, c — haqiqiy sonlar va

$$a \neq 0.$$

Agar

$a = 1$

bo'lsa, kvadrat tenglama keltirilgan tenglama, agar

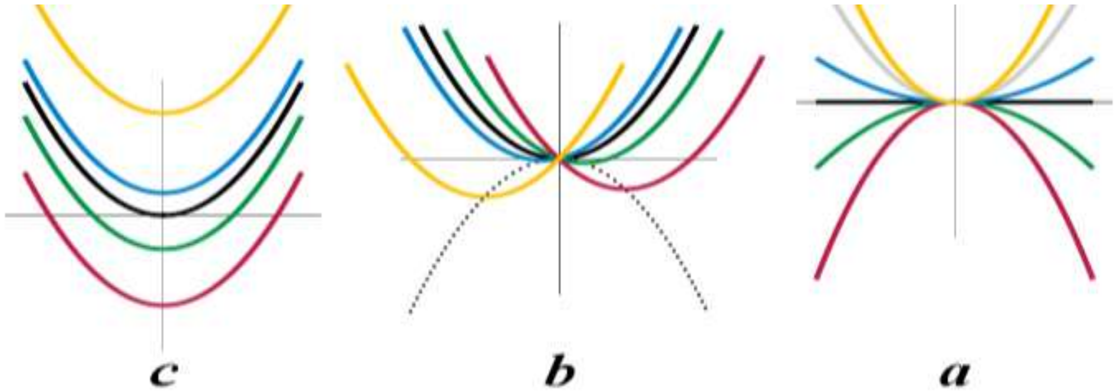
$a \neq 1$

bo'lsa, keltirilmagan tenglama deyiladi. a ,b ,c sonlari quyidagicha ataladi:

a — birinchi (bosh) koeffitsiyent;

b — ikkinchi koeffitsiyent;

c — ozod had.



$$D = b^2 - 4ac$$

Agar $D > 0$ bo`lsa $\rightarrow 2$ ta yechim bor:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

Agar $D = 0$ bo`lsa $\rightarrow 1$ ta yechim:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

Agar $D < 0$ bo`lsa $\rightarrow$ haqiqiy yechim yo`q

Ratsional tenglama — ratsional ifodalardan tuzilgan tenglama . Agar $f(x)$ va $g(x)$ ratsional ifodalar bo'lsa,

$$f(x) = g(x)$$

tenglama ratsional tenglama deyiladi. Bunda agar $f(x)$ va $g(x)$ butun ifodalar bo'lsa, tenglama butun tenglama deyiladi. Agar $f(x)$, $g(x)$ ifodalardan hech bo'lmaganda biri kasr ifoda bo'lsa,

$$f(x) = g(x)$$

ratsional tenglama yoki kasr tenglama deyiladi.

Irratsional tenglama— noma'lum miqdor ildiz belgisi (radikal) ostida bo'lgan tenglamalardir. Yechishning asosiy usuli ildizdan qutulish uchun tenglamaning ikkala tomonini mos darajaga ko'tarishdir. Bunda aniqlanish sohasi (ildiz osti ifodasi manfiy bo'lmasligi kerak) va ortiqcha ildizlarni tekshirish muhimdir.

Ko'rsatkichli va logarifmik tenglamalar — noma'lum son daraja yoki logarifm ichida qatnashadigan tenglamalardir.

1.3. Ko'rsatkichli tenglamalar

Ta'rif:Noma'lum daraja ko'rsatkichida qatnashgan tenglama ko'rsatkichli tenglama deyiladi.

Umumiy ko'rinish:

$$a^x = b$$

bu yerda

$$a > 0, a \neq 1$$

Yechish usullari:

1-usul: Asoslarni tenglashtirish

Agar ikkala tomon bir xil asosga keltirilsa:

$$2^x = 2^5$$

Demak:

$$x = 5$$

2-usul: Logarifmlash

$$3^x = 7$$

Ikkala tomondan logarifm olamiz:

$$x \log 3 = \log 7$$

$$x = \frac{\log 7}{\log 3}$$

3-usul: O'rin almashtirish

$$2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 6 = 0$$

Belgilaymiz:

$$t = 2^x$$

$$t^2 - 5t + 6 = 0$$

1.4. Logarifmik tenglamalar

Ta'rif:Noma'lum logarifm ichida qatnashgan tenglama logarifmik tenglama deyiladi.

Asosiy shartlar:

$$a > 0\,, a \neq 1$$

Logarifm argumenti > 0

1-usul: Asosiy logarifmik ta'rifdan foydalanish

$$\log_2 x = 3$$

Ta'rifga ko'ra:

$$x = 2^3$$

$$x = 8$$

2-usul: Logarifm xossalaridan foydalanish

$$\log(x-1) + \log(x-3) = \log 4$$

Yig'indi xossasi:

$$\log(x-1)(x-3) = \log 4$$

$$(x-1)(x-3) = 4$$

$$x^2 - 4x = 3 = 4$$

$$x^2 - 4x - 1 = 0$$

Diskriminant:

$$D = 16 + 4 = 20$$

$$\frac{4 \pm \sqrt{20}}{2}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{5}$$

Tekshirish (soha sharti):

$$x > 3$$

Shuning uchun:

$$x = 2 + \sqrt{5}$$

1.5.Trigonometrik tenglamalar

Trigonometrik tenglamalar — noma'lum burchak (odatda (x)) trigonometrik funksiyalar ichida qatnashadigan tenglamalardir.

1. Eng sodda trigonometrik tenglamalar

$$1)\ \sin x = a$$

Yechim:

$$x = (-1)^k \arcsin a + k\pi$$

yoki qulay ko'rinishda:

$$x = \arcsin a + 2k\pi$$

$$x = \pi - \arcsin a + 2k\pi$$

bu yerda $k \in Z$, va

$$-1 \leq a \leq 1$$

2. Keltiriladigan trigonometrik tenglamalar

Misol:

$$2\sin x - 1 = 0$$
$$\sin x = \frac{1}{2}$$
$$x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$$
$$x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$

3. Trigonometrik formulalar yordamida yechish

Misol:

$$\sin 2x = \sin x$$

Formuladan foydalanamiz:

$$2\sin x \cos x = \sin x$$
$$\sin x\,(2\cos x - 1) = 0$$

Demak:

$$1.\ \sin x = 0 \to x = k\pi$$
$$2.\ 2\cos x - 1 = 0 \to \cos x = \frac{1}{2}$$
$$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

4. Bir jinsli trigonometrik tenglamalar

Misol:

$$\sin x + \cos x = 0$$
$$\sin x = -\cos x$$
$$\tan x = -1$$
$$x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$$

5. Kvadrat trigonometrik tenglamalar

Misol:

$$2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$$

Belgilaymiz

$$t = \sin x$$
$$2t^2 - 3t + 1 = 0$$
$$(2t - 1)(t - 1) = 0$$
$$\sin x = \frac{1}{2}\ \text{yoki}\ \sin x = 1$$

Yechimlari:

$$x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

II. Tengsizlik

Asosiy tushuncha

Tengsizlik — ikki ifoda orasidagi

$>, <, \geq, \leq$

belgilar yordamida yozilgan munosabat.

2.1.Chiziqli tengsizliklar

Ta'rif:Noma'lum birinchi darajada qatnashgan tengsizlik chiziqli tengsizlik deyiladi.

Umumiy koʻrinishi:

$$ax + b > 0$$
$$ax + b < 0$$
$$ax + b \geq 0$$
$$ax + b \leq 0$$

Bu yerda

$$a \neq 0$$

1. Oddiy chiziqli tengsizlik

Misol:

$$3x - 6 > 0$$

2. Manfiy songa boʻlganda ishora oʻzgaradi

Misol:

$$-2x + 4 \leq 0$$

3. Qavsli tengsizlik

Misol:

$$2(x - 1) > 3x + 4$$

4. Kasrli chiziqli tengsizlik

Misol:

$$\frac{x - 1}{2} \geq 3$$
$$x \geq 7$$

5. Yechimni interval koʻrinishida yozish

Agar:

$$x > 2$$

Interval koʻrinishi:

$$(2; +\infty)$$

Agar:

$$x \leq 5$$

Interval:

$$(-\infty; 5)$$

2.2.Kvadrat tengsizliklar

Ta'rif:Kvadrat tengsizlik—noma'lumning 2-darajasi (kvadrati) ishtirok etgan tengsizlikdir.

$$ax^2 + bx + c > 0$$
$$ax^2 + bx + c < 0$$
$$ax^2 + bx + c \geq 0$$
$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

bu yerda

$$a \neq 0$$

Kvadrat tengsizliklar odatda ikki usul bilan yechiladi:

1.Parabola grafigi yordamida

2.Oraliqlar usuli bilan

Parabola grafigi yordamida yechish

Kvadrat funksiya grafigi — parabola.

$$y = a^2 + bx + c$$

Parabola yo'nalishi:

Agar (a › 0) → yuqoriga ochiladi

Agar (a ‹ 0) → pastga ochiladi

2.Oraliqlar usuli

Bu eng qulay va tez usul.

Qadamlar:

Tenglamani nolga tenglaymiz.

Ildizlarni topamiz.

Sonlar o'qida nuqtalarni belgilaymiz.

Oraliqlarda ishorani tekshiramiz.

Ratsional tengsizliklar

Ratsional tengsizliklar —

$$\frac{P(x)}{Q(x)} > 0 \text{ (yoki } <, \leq, \geq)$$

ko'rinishidagi tengsizliklar bo'lib, ular asosan oraliqlar usuli yordamida yechiladi. Yechish tartibi: surat va maxrajni nollari topiladi, sonlar o'qida belgilanadi va hosil bo'lgan oraliqlarda ishoralar (+,-) tekshirib, tengsizlikni qanoatlantiruvchi qismlar aniqlanadi. Maxraj nolga teng bo'lmasligi shart.

Modulli tengsizliklar

Modulli tengsizlik — bu ichida modul (| |) qatnashgan tengsizlikdir.

Masalan:

$$|x| < 3, \qquad |x - 2| \geq 5$$

2.2. Ko'rsatkichli tengsizliklar

Ko'rsatkichli tengsizlik — noma'lum darajada qatnashgan tengsizlik.

Masalan:

$$2^x > 8$$

Asosiy qoida

Agar (a › 1) bo'lsa:

$$a^{f(x)} > a^{g(x)} \rightarrow f(x) > g(x)$$

Agar (0 ‹ a ‹ 1) bo'lsa:

$$a^{f(x)} > a^{g(x)} \rightarrow f(x) < g(x)$$

Asos 1 ga teng bo'lmasligi kerak.

2.3. Logarifmik tengsizliklar

Logarifmik tengsizlikda noma'lum logarifm ichida bo'ladi.

Masalan:

$$\log_2 x > 3$$

1.Muhim shartlar

Logarifm mavjud bo‘lishi uchun:

$$x > 0$$
$$a > 0$$
$$a \neq 1$$

2.Asosiy qoida

Agar $a > 1$ bo‘lsa:

$$\log_a f(x) > \log_a g(x) \;\; \rightarrow \;\; f(x) > g(x)$$

Agar $0 < a < 1$ bo‘lsa:

$$\log_a f(x) > \log_a g(x) \;\; \rightarrow f(x) < g(x)$$

2.4.Trigonometrik tengsizliklar

Trigonometrik tengsizliklar — bu noma’lum trigonometriya funksiyasida qatnashgan tengsizliklardir.

Masalan:

$$\sin x > \frac{1}{2}, \quad \cos 2x \leq 0$$

I. Asosiy qoidalar

1. Sinus va kosinus

$$-1 \leq \sin x \leq 1, \qquad -1 \leq \cos x \leq 1$$

Tengsizlik yechish qoidalari:

1.$\sin x > a$ yoki $\sin x \geq a$;

$$x \in [\arcsin a + 2k\pi, \pi - \arcsin a + 2k\pi], k \in Z$$

2.$\sin x < a$ yoki $\sin x \leq a$

$$x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \arcsin a \,\right) \cup (\pi + \arcsin a \,, 2\pi - \arcsin a\right] \;\; (\mathrm{mod}\ 2\pi)$$

3. $\cos x > a$ yoki $\cos x \geq a$

$x \in [-\arccos a + 2k\pi, \arccos a + 2k\pi], k \in Z$

4. $\cos x < a$ yoki $\cos x \leq a$;

$$x \;\in\; [\arccos a + 2k\pi, 2\pi - \arccos a + 2k\pi], k \in Z$$

2.Tangens va kotangens

$$\tan x, \cot x \in R$$

1.$\tan x > a$;

$$x \in (\arctan a + k\pi), \qquad k \in Z$$

2.$\tan x < a$;

$x \in (\arctan a + k\pi), k \in Z$ (shu bilan chiziq bo‘lib ajratiladi)

3.$\cot x > a$

$$x \in (k\pi, \backslash \mathrm{arc}\cot a + k\pi), \qquad k \in Z$$

4.$\cot x < a$

$$x \in (\backslash \mathrm{ar}\cot a + k\pi, (k+1)\pi, \qquad k \in Z$$

Mavzuga doir misollar tahlili bilan
1-misol
Quyidagi tenglamani yeching:

$$\frac{2(x-3)}{3}-\frac{x+4}{2}=\frac{5x-1}{6}$$

1-bosqich: Maxrajlardan qutulish
Maxrajlar: 3, 2, 6
Eng kichik umumiy karrali (EKUK) = 6
Har ikki tomonni mahrajini 6 ga keltirib olamiz:

$$\frac{4(x-3)}{6}-\frac{3(x+4)}{6}=\frac{5x-1}{6}$$

2-bosqich: Mahrajlarni tashlab yuboramiz:

$$4(x-3)\ -\ 3(x+4)\ =\ 5x\ -\ 1$$

3-bosqich: Qavslarni ochamiz

$$4x\ -\ 12\ -\ 3x\ -\ 12\ =\ 5x\ -\ 1$$

4-bosqich: O'xshash hadlarni yig'amiz:

$$4x-3x-5x=-1+12+12$$

Ikki tomonni soddalashtiramiz:

$$-4x=23$$

5-bosqich: x ni topamiz

$$x=-\frac{23}{4}$$

7-bosqich: Tekshirish:

$$\frac{2((-\frac{23}{4})-3)}{3}-\frac{(-\frac{23}{4})+4}{2}=\frac{5\left(-\frac{23}{4}\right)-1}{6}$$

Hisoblasak, ikkala tomon teng chiqadi :

$$-\frac{35}{6}+\frac{7}{8}=-\frac{119}{24}$$

$$-\frac{119}{24}=-\frac{119}{24}$$

Demak, yechim to'g'ri.
Yakuniy javob:

$$x=-\frac{23}{4}$$

2-misol
Quyidagi tenglamani yeching:

$$2x^2-5x-3=0$$

1-bosqich: Tenglama turini aniqlaymiz
Bu — kvadrat tenglama, chunki eng katta daraja 2:
Umumiy ko'rinishi:

$$ax^2+bx+c=0$$

Bu yerda:

$$a=2, b=-5, c=-3$$

2-bosqich: Diskriminant formulasi

Kvadrat tenglama quyidagi formula bilan yechiladi:

$$D = b^2 - 4ac$$

3-bosqich: Diskriminantni hisoblaymiz

$$D = (-5)^2 - 4 \times 2 \times (-3)$$

$$D = 25 + 24 = 49$$

4-bosqich: Ildizlarni topamiz

Agar D › 0 bo‘lsa, tenglamaning 2 ta ildizi bo‘ladi:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

5-bosqich: Qiymatlarni qo‘yamiz

$$x_1 = \frac{5 + 7}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$x_1 = 3, \quad x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{5 - 7}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

6-bosqich: Tekshirish (ixtiyoriy)

Masalan, :

$$x_1 = 3$$

$$2(3)^2 - 5(3) - 3 = 18 - 15 - 3 = 0$$

Yakuniy javob:

3-misol

Quyidagi tenglamani yeching:

$$4^{x+1} + 2^{2x} = 20$$

1-bosqich: Tenglama turini aniqlaymiz

Bu — ko‘rsatkichli tenglama, chunki noma’lum darajada turibdi.

2-bosqich: Hamma hadlarni bir xil asosga keltiramiz

Bilamiz:

$$4 = 2^2$$

Demak:

$$4^{x+1} = 2^{2x+2}$$

Tenglama:

$$2^{2x+2} + 2^{2x} = 20$$

3-bosqich: Umumiy hadni ajratib olamiz

Bu yerda umumiy had:

$$2^{2x}$$

Ajratamiz:

$$2^{2x}(2^2 + 1) = 20$$

$$2^{2x}(4 + 1) = 20$$

$$5 \times 2^{2x} = 20$$

4-bosqich: Soddalashtiramiz

$$2^{2x} = \frac{20}{5}$$

$$2^{2x} = 4$$

5-bosqich: O‘ng tomonni ham daraja ko‘rinishiga keltiramiz

$$4 = 2^2$$

Demak:

$$2^{2x} = 2^2$$

6-bosqich: Darajalarni tenglashtiramiz

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

7-bosqich: Tekshirish

$$4^{1+1} + 2^{2\times 1} = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$$

Yakuniy javob:

$$x = 1$$

4-misol

$$\log_2(x-1) + \log_2(x-3) = 3$$

1□.Aniqlanish sohasi (ODZ) topamiz

Logarifm ichidagi ifoda musbat bo‘lishi shart:

$$x - 1 > 0 \quad \rightarrow \quad x > 1$$

2□.Logarifm formulasi qo‘llaymiz

Qoida:

$$\log_a b + \log_a c = \log_a(b \cdot c)$$

Shuning uchun:

$$\text{log\_2}((x-1)(x-3)) = 3$$

3□.Logarifmdan darajaga o‘tamiz

Eslatma:

$$\log_a b = c \leftrightarrow a^c = b$$

Demak:

$$2^3 = (x-1)(x-3)$$

$$8 = (x-1)(x-3)$$

4□. Kvadrat tenglama hosil qilamiz

Ko‘paytiramiz:

$$(x-1)(x-3) = x^2 - 4x + 3$$

$$x^2 - 4x + 3 = 8$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

5□.Kvadrat tenglamani yechamiz

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

Diskriminant:

$D = \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times (-5)} = \sqrt{16 + 20} = \sqrt{36} = 6$

Ildizlar:

$$x_1 = \frac{4 + 6}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{4-6}{2} = (-1)$$

Xulosa:

Murakkab trigonometrik tengsizlik yechishda:

1. Avval tenglik holatini topamiz
2. Sinus grafigidan yoki davriylikni hisobga olib oraliqlarni aniqlaymiz
3. Davriylikni qo'shamiz

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Matematika o'qitish metodikasi – Toshkent, O'qituvchi nashriyoti.
2. Matematika o'qitish metodikasi – Toshkent, Fan nashriyoti.
3. Algebra – umumta'lim maktablari uchun darslik.
4. Algebra va analiz asoslari – akademik litseylar uchun darslik.
5. Algebra kursi – o'quv qo'llanma.
6. Matematikadan masalalar yechish metodikasi – pedagogik yo'nalishlar uchun.
7. Ziyonet – www.ziyonet.uz