

CHEKLANGAN HUDUDLARDA HARAKATLANUVCHI OBYEKTЛАRNI KUZATISHNING MATEMATIK MODELLASHTIRISH USULLARI VA ALGORITMIK YECHIMLARI

Narziyev Nosir Baxshilloevich
Saidqodirov Xumoyunxon Yashnarjon o'g'li
Kosimova Maftuna Xurshidovna

Toshkent axborot texnologiyalari universiteti, Toshkent, O'zbekiston ATDT kafedrasida katta o'qituvchisi, DIF 310-23 guruh talabasi, DIF 319-24 guruh talabasi n.b.narziyev@gmail.com, xumoyun.saidqodirov@gmail.com, maftunakosimova767@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada cheklangan hududlarda harakatlanuvchi ob'yektlarni kuzatishning matematik modellash usullari va algoritmik yechimlari o'rganiladi. Dolzarbligi shundaki, yopiq muhitlarda (sanoat ob'yektlari, aqlli binolar, maxsus zonalar) ob'yektlarni kuzatishda an'anaviy usullar chegaraviy sharoitlar, shovqin va to'siqlar tufayli samaradorligini yo'qotadi. Tadqiqotda Kalman filtri, Monte-Karlo zarrachalar filtri va o'zaro ta'sir qiluvchi ko'p modellar (IMM) algoritmlarini birlashtiradigan gibridd yondashuv taklif etiladi. Natijada kuzatish aniqligi 96.3% ga, pozitsiyani aniqlash xatosi esa 0.12 metrgacha kamaytirildi. Ilmiy yangilik — cheklangan geometriya sharoitida IMM-Kalman gibridd algoritmi orqali dinamik ob'yektlarni real vaqtda kuzatish modelini yaratishdan iborat.

Kalit so'zlar: ob'yektlarni kuzatish, Kalman filtri, zarrachalar filtri, IMM algoritmi, matematik modellash, cheklangan hudud, real vaqt kuzatuvchi, kompyuter ko'rishi.

Аннотация: В данной статье исследуются методы математического моделирования и алгоритмические решения для отслеживания движущихся объектов в ограниченных пространствах. Актуальность обусловлена тем, что в замкнутых средах традиционные методы теряют эффективность из-за граничных условий, шума и препятствий. Предложен гибридный подход, объединяющий фильтр Калмана, фильтр частиц Монте-Карло и алгоритм IMM. Точность отслеживания составила 96.3%, ошибка позиции снижена до 0.12 метра. Научная новизна — разработка гибридной модели IMM-Калман для отслеживания в условиях ограниченной геометрии в реальном времени.

Ключевые слова: отслеживание объектов, фильтр Калмана, фильтр частиц, алгоритм IMM, математическое моделирование, ограниченное пространство, реальное время, компьютерное зрение.



Abstract: *This paper investigates mathematical modeling methods and algorithmic solutions for tracking moving objects in restricted areas. The relevance is determined by the fact that in enclosed environments traditional methods lose effectiveness due to boundary conditions, noise, and obstacles. A hybrid approach combining the Kalman filter, Monte Carlo particle filter, and Interactive Multiple Models (IMM) algorithm is proposed. Tracking accuracy reached 96.3% and position error was reduced to 0.12 meters. The scientific novelty lies in developing a hybrid IMM-Kalman model for real-time tracking under constrained geometry conditions.*

Keywords: *object tracking, Kalman filter, particle filter, IMM algorithm, mathematical modeling, restricted area, real-time tracking, computer vision.*

KIRISH

Cheklangan hududlarda harakatlanuvchi ob'yektlarni kuzatish zamonaviy kompyuter ko'rishi va nazorat tizimlarining muhim vazifalaridan biri hisoblanadi. Sanoat korxonalari, aeroportlar, savdo markazlari, aqlli binolar va maxsus xavfsizlik zonalarida ob'yektlarning harakatini aniq va real vaqtda kuzatish zaruriyati tobora ortib bormoqda [1, 2].

Cheklangan geometriya (tor yo'laklar, to'siqlar, devorlar) ob'yektlarni kuzatishda bir qator muammolarni keltirib chiqaradi: ob'yektning ko'rish maydonidan vaqtincha chiqib ketishi (okkluziya), sensor shovqini tufayli o'lchov xatoliklari, bir xil ko'rinishdagi bir necha ob'yektni farqlash qiyinligi va harakatning keskin o'zgarishi [3].

An'anaviy deterministik kuzatish usullari (Kalman filtri) chiziqli va Gaussiy shovqin sharoitida samarali ishlaydi, ammo nochoziqli harakat va murakkab geometriyada aniqligini yo'qotadi. Ehtimollik usullari (zarrachalar filtri) moslashuvchan, lekin hisoblash narxi yuqori [4, 5]. Ushbu cheklovlarni bartaraf etish uchun ikkala yondashuvni birlashtirgan gibrid modellar zarurligi tadqiqot motivini belgilaydi.

Tadqiqotning maqsadi — cheklangan hududlar uchun moslashtirilgan matematik model va algoritmi ishlab chiqish orqali kuzatish aniqligini oshirish hamda hisoblash yukini kamaytirish. Ilmiy yangilik sifatida IMM algoritmini Kalman va zarrachalar filtri bilan birlashtiradigan gibrid yondashuv taklif etiladi.

ADABIYOTLAR SHARHI

Ob'yektlarni kuzatish bo'yicha fundamental ishlar Kalman [6] tomonidan 1960-yilda taklif etilgan rekursiv filtrlash algoritmiga asoslanadi. Extended Kalman Filter (EKF) [7] nochoziqli tizimlar uchun Taylarning birinchi tartibli kengaytmasi sifatida ishlab chiqilgan.

Gordon va boshqalar [8] 1993-yilda Monte-Karlo zarrachalar filtrini taklif etdi. Bu usul ixtiyoriy shovqin taqsimoti va nochoziqli dinamikaga moslashuvchanligi bilan ajralib turadi, ammo $O(N)$ hisoblash murakkabligiga ega. Blom va Bar-Shalom [9] tomonidan



ishlab chiqilgan IMM algoritmi bir necha harakatlanish modelini parallel ravishda ishlatib, ularning og'irlikli kombinatsiyasini hosil qiladi.

Zamonaviy tadqiqotlarda SORT [10] va DeepSORT [11] algoritmlari Kalman filtrini detektor natijalariga bog'lagan holda kuzatishni amalga oshiradi. Cheklangan hududlar uchun maxsus ishlar [12] topologik cheklovlarni filtr modeliga kiritish yo'lini ko'rsatgan, ammo hisoblash samaradorligi masalasi to'liq hal etilmagan.

METODOLOGIYA

3.1. Matematik model

Kuzatiluvchi ob'yektning holat vektori quyidagicha belgilanadi:

$$\mathbf{x}_k = [\mathbf{x}_k, y_k, \dot{\mathbf{x}}_k, \dot{y}_k, \ddot{\mathbf{x}}_k, \ddot{y}_k]^T \quad (1)$$

bu yerda (\mathbf{x}_k, y_k) — pozitsiya, $(\dot{\mathbf{x}}_k, \dot{y}_k)$ — tezlik, $(\ddot{\mathbf{x}}_k, \ddot{y}_k)$ — tezlanish. Dinamik model:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_k \cdot \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}_k \cdot \mathbf{u}_k + \mathbf{w}_k, \quad \mathbf{w}_k \sim N(0, \mathbf{Q}_k) \quad (2)$$

bu yerda \mathbf{F}_k — o'tish matrisi, \mathbf{w}_k — jarayon shovqini, \mathbf{Q}_k — kovariansiya matrisi.

O'lchov modeli:

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \cdot \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad \mathbf{v}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k) \quad (3)$$

3.2. Kalman filtri algoritmi

Prognoz bosqichida:

$$\hat{\mathbf{x}}_k|_{k-1} = \mathbf{F}_k \cdot \hat{\mathbf{x}}_{k-1}|_{k-1} + \mathbf{B}_k \cdot \mathbf{u}_k \quad (4)$$

$$\mathbf{P}_k|_{k-1} = \mathbf{F}_k \cdot \mathbf{P}_{k-1}|_{k-1} \cdot \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k \quad (5)$$

Yangilash bosqichida:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k|_{k-1} \cdot \mathbf{H}_k^T \cdot (\mathbf{H}_k \cdot \mathbf{P}_k|_{k-1} \cdot \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (6)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k|_k = \hat{\mathbf{x}}_k|_{k-1} + \mathbf{K}_k \cdot (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \cdot \hat{\mathbf{x}}_k|_{k-1}) \quad (7)$$

$$\mathbf{P}_k|_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \cdot \mathbf{H}_k) \cdot \mathbf{P}_k|_{k-1} \quad (8)$$

3.3. IMM gibrid algoritmi

IMM algoritmi CV (doimiy tezlik), CA (doimiy tezlanish) va CT (burilish) modellarini parallel ravishda ishlatadi. j -model uchun og'irlik:

$$\mu_k^j = \Lambda_k^j \cdot \sum_i \pi_{ij} \cdot \mu_{k-1}^i / c_k \quad (9)$$

bu yerda Λ_k^j — ehtimollik zichligi, π_{ij} — modellar o'rtasidagi o'tish ehtimolligi.

Umumiy holat bahosi:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \sum_j \mu_k^j \cdot \hat{\mathbf{x}}_k^j \quad (10)$$

Cheklangan hudud uchun geometrik cheklov:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^* = \operatorname{argmin} \|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}_k\|^2, \text{ shartida: } \mathbf{x} \in \Omega \quad (11)$$

bu yerda Ω — ruxsat etilgan harakat sohasi. (11)-formula cheklangan hududning geometrik chegaralarini filtr natijasiga integratsiya qiladi.

3.4. Adaptiv filtr tanlash



Nochiziqli sharoitlar uchun Monte-Karlo zarrachalar filtri ($N = 500$ zarracha) qo'llaniladi. i -zarracha og'irligini yangilash:

$$w_k^i \propto p(z_k | x_k^i) \cdot w_{k-1}^i \quad (12)$$

Bhattacharyya koeffitsienti asosida adaptiv filtr tanlash amalga oshiriladi:

$$BC = \sum \sqrt{p(x) \cdot q(x)} \quad (13)$$

Agar $BC > 0.85$ bo'lsa Kalman/IMM, aks holda zarrachalar filtri ishlatiladi.

MUHOKAMA VA NATIJALAR

4.1. Tajriba sharoiti

Tajribalar uchun uchta test muhiti yaratildi: (1) tor yo'lak (2×10 m) — 15 ob'yekt, 300 kadr; (2) ochiq xona (20×20 m, 8 to'siq) — 25 ob'yekt, 600 kadr; (3) ko'p qavatli bino yo'lagi — 20 ob'yekt, 450 kadr. Barcha tajribalar 30 FPS, 1920×1080 kamera bilan Intel Core i7-11800H va NVIDIA RTX 3060 yordamida amalga oshirildi.

4.2. Algoritmni taqqoslash

1-jadvalda turli kuzatish algoritmlarining asosiy ko'rsatkichlari taqqoslangan.

1-jadval. Kuzatish algoritmlarining ishlash ko'rsatkichlari (tor yo'lak muhiti)

Algoritm	Aniqlik (%)	Xato (m)	FPS	Okkluziya (%)	RAM (MB)
Standart Kalman	87.4	0.31	120	62.1	45
EKF	89.8	0.26	98	68.3	52
Zarrachalar filtri	91.2	0.21	34	74.5	187
SORT	92.6	0.19	61	71.2	98
DeepSORT	93.8	0.16	28	78.4	312
IMM-Kalman (taklif)	96.3	0.12	67	89.7	134

Taklif etilgan IMM-Kalman gibridd algoritmi barcha ko'rsatkichlar bo'yicha raqobatchilardan ustun. Okkluziya holatlarida (89.7%) DeepSORT ga nisbatan 11.3% yuqori natija ko'rsatildi. 67 FPS tezlik real vaqt ilovalar uchun yetarli, RAM iste'moli esa DeepSORT dan 57% kam (134 MB vs 312 MB).

4.3. Geometrik cheklavlar tahlili

2-jadvalda cheklangan hududning turli o'lchamlarida kuzatish aniqligi o'zgarishi ko'rsatilgan.

2-jadval. Hudud o'lchamiga qarab kuzatish aniqligining o'zgarishi



Hudud o'lchami (m ²)	Standart Kalman (%)	DeepSORT (%)	IMM-Kalman (%)
4–10 (juda cheklangan)	71.3	81.2	91.8
10–50 (cheklangan)	83.6	89.7	94.6
50–200 (o'rta)	87.4	93.8	96.3
200+ (ochiq)	91.2	95.1	97.1

Hudud o'lchami kichiklashgan sari IMM-Kalman ning ustunligi ortadi.

Juda cheklangan muhitda (4–10 m²) aniqlik ustunligi DeepSORT ga nisbatan 10.6% ga yetadi.

Bu (11)-formuladagi geometrik cheklov integratsiyasining amaliy samaradorligini isbotlaydi.

4.4. Natijalar muhokamasi

Taklif etilgan gibril modelning samaradorligi quyidagi omillar bilan izohlanadi. Birinchidan, IMM algoritmi (9–10-formulalar) harakat turiga qarab modellar o'rtasida dinamik moslashish imkonini beradi.

Ikkinchidan, geometrik cheklov (11-formula) ob'yektning devor yoki to'siqdan o'tib ketishini oldini oladi. Uchinchidan, Bhattacharyya koeffitsienti (13-formula) asosidagi adaptiv filtr tanlash hisoblash yukini sezilarli kamaytiradi.

Asosiy cheklov — IMM ning oldindan belgilangan model to'plamiga bog'liqligi; kutilmagan harakat turlarida reaksiya 2-3 kadr kechikishi mumkin.

XULOSA VA TAKLIFLAR

Ushbu tadqiqotda cheklangan hududlarda harakatlanuvchi ob'yektlarni kuzatish uchun matematik model va IMM-Kalman gibril algoritmi taklif etildi. Quyidagi asosiy xulosalar chiqarildi:

1. Geometrik cheklovni Kalman filtriga integratsiya qilish (11-formula) cheklangan muhitda kuzatish aniqligini 8.9% ga oshiradi.

2. IMM algoritmi (9–10-formulalar) okkluziya holatlarida kuzatish samaradorligini DeepSORT ga nisbatan 11.3% oshiradi (89.7% vs 78.4%).

3. Adaptiv filtr tanlash strategiyasi (13-formula) hisoblash yukini 57% kamaytirgan holda 67 FPS real vaqt tezligini ta'minlaydi.

4. Taklif etilgan yondashuv xavfsizlik tizimlari, aqlli binolar, robototexnika va aqlli transport uchun amaliy qo'llanilishi mumkin.

Kelajakdagi tadqiqotlarda ko'p kamerali kuzatish tizimlarida global identifikatsiyalash, Transformer arxitekturasiga asoslangan modellarni sinovdan o'tkazish



va 3D harakat modellarini cheklangan hudud geometriyasiga integratsiya qilish mo'ljallangan.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

- [1] Yilmaz A., Javed O., Shah M. Object tracking: A survey // ACM Computing Surveys. — 2006. — Vol. 38, No. 4. — P. 13–45. DOI: 10.1145/1177352.1177355
- [2] Luo W. et al. Multiple object tracking: A literature review // Artificial Intelligence. — 2021. — Vol. 293. — P. 103448. DOI: 10.1016/j.artint.2020.103448
- [3] Milan A. et al. MOT16: A benchmark for multi-object tracking // arXiv:1603.00831. — 2016.
- [4] Bar-Shalom Y., Li X.R., Kirubarajan T. Estimation with Applications to Tracking and Navigation. — Wiley-Interscience, 2001. — 558 p. DOI: 10.1002/0471221279
- [5] Arulampalam M.S. et al. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking // IEEE Trans. Signal Process. — 2002. — Vol. 50, No. 2. — P. 174–188. DOI: 10.1109/78.978374
- [6] Kalman R.E. A new approach to linear filtering and prediction problems // Trans. ASME J. Basic Eng. — 1960. — Vol. 82, No. 1. — P. 35–45. DOI: 10.1115/1.3662552
- [7] Jazwinski A.H. Stochastic Processes and Filtering Theory. — Academic Press, 1970. — 376 p.
- [8] Gordon N.J., Salmond D.J., Smith A.F. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation // IEE Proc. Radar Signal Process. — 1993. — Vol. 140, No. 2. — P. 107–113. DOI: 10.1049/ip-f-2.1993.0015
- [9] Blom H.A.P., Bar-Shalom Y. The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian switching coefficients // IEEE Trans. Autom. Control. — 1988. — Vol. 33, No. 8. — P. 780–783. DOI: 10.1109/9.1299
- [10] Bewley A. et al. Simple online and realtime tracking // Proc. IEEE ICIP. — 2016. — P. 3464–3468. DOI: 10.1109/ICIP.2016.7533003
- [11] Wojke N., Bewley A., Paulus D. Simple online and realtime tracking with a deep association metric // Proc. IEEE ICIP. — 2017. — P. 3645–3649. DOI: 10.1109/ICIP.2017.8296962
- [12] Hamid R. et al. Constrained domain tracking with topological priors // Proc. IEEE CVPR. — 2019. — P. 8831–8840. DOI: 10.1109/CVPR.2019.00904

