

ОПЕРАТОРНЫЙ ПОДХОД К МЕТОДУ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ В ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ ФРЕДГОЛЬМА И ВОЛЬТЕРРА

Ташев Жура

*Доцент, Университет информационных технологий и
менеджмента, Узбекистан, Карши*

Абдрахманова Асила Хонимкул кизи

*Магистрант, Университет информационных технологий и
менеджмента, Узбекистан, Карши*

Аннотация: В данной работе рассматривается операторный подход к методу последовательных приближений для интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра. Исследуются итерационные процессы, определяемые через линейные и нелинейные операторные отображения в функциональных пространствах. Основное внимание уделяется вопросам существования, единственности и сходимости последовательных приближений. Показано, что операторная интерпретация метода позволяет более строго исследовать условия сходимости и оценивать скорость приближения. Полученные результаты могут быть использованы в теории интегральных уравнений и функционального анализа.

Ключевые слова: Интегральные уравнения, Фредгольм, Вольтерра, оператор, последовательные приближения, сходимость, функциональный анализ.

ВВЕДЕНИЕ

Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра играют важную роль в математической физике, теории управления и прикладном анализе.

Одним из эффективных методов их решения является метод последовательных приближений, который основан на построении итерационной последовательности, сходящейся к решению уравнения.

Актуальность исследования обусловлена необходимостью строгого обоснования сходимости итерационных процессов в функциональных пространствах.

Операторный подход позволяет рассматривать интегральные уравнения как операторные уравнения в банаховых и гильбертовых пространствах, что даёт возможность применять методы функционального анализа.

Целью работы является исследование операторной формы метода последовательных приближений и условий его сходимости для интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра.

Основная часть. В работе интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра рассматриваются в операторной форме:

$$x = Ax_n + f,$$

где A – линейный интегральный оператор, заданный ядром уравнения.

Метод последовательных приближений задаётся итерационной схемой:

$$x_{n+1} = A$$

Показано, что свойства сходимости последовательности x_n зависят от спектральных характеристик оператора A , его ограниченности и нормы в соответствующем функциональном пространстве.

Для уравнений Фредгольма исследуется сходимость при компактных операторах, а для уравнений Вольтерра — при условиях треугольной структуры ядра, обеспечивающей автоматическую сходимость итерационного процесса.

Также рассматриваются оценки погрешности приближения:

$$|x_n - x| \leq Cq^n,$$

где $0 < q < 1$, что обеспечивает экспоненциальную скорость сходимости при соответствующих условиях.

Закключение.

В работе был рассмотрен операторный подход к методу последовательных приближений для интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра.

Установлено, что операторная интерпретация позволяет строго обосновать условия сходимости итерационных процессов и оценить их скорость.

Показано, что для широкого класса интегральных уравнений метод последовательных приближений является устойчивым и эффективно применимым.

Полученные результаты имеют значение для теории интегральных уравнений и функционального анализа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Atkinson K. E. The Numerical Solution of Integral Equations of the Second Kind. Cambridge University Press, 1997.
2. Brunner H. Volterra Integral Equations: An Introduction to Theory and Applications. Cambridge University Press, 2017.
3. Fredholm I. Sur une classe d'équations fonctionnelles. Acta Mathematica, 1903.
4. Gripenberg G., Londen S. O., Staffans O. Volterra Integral and Functional Equations. Cambridge University Press, 1990.
5. Kantorovich L. V., Akilov G. P. Functional Analysis. Pergamon Press, 1982.
6. Kreyszig E. Introductory Functional Analysis with Applications. Wiley, 1989.
7. Linz P. Analytical and Numerical Methods for Volterra Equations. SIAM, 1985.
8. Rudin W. Functional Analysis. McGraw-Hill, 1991.
9. Tricomi F. G. Integral Equations. Interscience Publishers, 1957.

10. Volterra V. Theory of Functionals and of Integral and Integro-Differential Equations. Dover Publications, 1959.