

ТЕОРИЯ ВЫЧЕТОВ И ЕЁ ПРИМЕНЕНИЕ В ВЫЧИСЛЕНИИ ИНТЕГРАЛОВ И АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Ташев Жура

*Доцент, Университет информационных технологий и менеджмента,
Узбекистан, Карши*

Хошимов Мухаммад Косим угли

*Магистрант, Университет информационных технологий и менеджмента,
Узбекистан, Карши*

Аннотация: В данной работе рассматриваются основные положения теории вычетов и её применение в вычислении контурных и несобственных интегралов, а также в исследовании аналитических функций комплексного переменного. Изучаются свойства изолированных особых точек, вычисление вычетов и основные теоремы комплексного анализа. Показано, что метод вычетов является эффективным инструментом для упрощения вычисления сложных интегралов. Полученные результаты могут быть использованы в комплексном анализе, математической физике и прикладной математике.

Ключевые слова: Комплексный анализ, теория вычетов, аналитические функции, контурные интегралы, особые точки, вычет, интегрирование.

ВВЕДЕНИЕ

Теория вычетов является одним из важнейших разделов комплексного анализа, позволяющим эффективно вычислять интегралы и исследовать свойства аналитических функций. Она играет значительную роль в теоретической и прикладной математике, особенно при решении интегралов, которые трудно вычислить классическими методами.

Актуальность работы заключается в широком применении метода вычетов в различных областях математики и физики. Целью исследования является изучение основных положений теории вычетов и её применения к вычислению интегралов и исследованию аналитических функций.

Основная часть. Пусть $f(z)$ – аналитическая функция в области комплексной плоскости, за исключением изолированных особых точек. Основным инструментом теории вычетов основан на следующей формуле:

$$\oint f(z) dz = 2\pi i \sum \text{Res}(f, z_k)$$

где $\text{Res}(f, z_k)$ – вычет функции в особой точке z_k .

Если функция имеет простые полюса, то вычет вычисляется по формуле:

$$\text{Res}(f, z_0) = \lim_{z \rightarrow z_0} (z - z_0) f(z)$$

Также рассматривается применение теоремы о вычетах для вычисления несобственных интегралов вида:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$$

при условии, что функция может быть продолжена в комплексную плоскость.

Показано, что выбор контура интегрирования позволяет существенно упростить вычисление интегралов, особенно при наличии симметрии или экспоненциальных множителей.

Кроме того, для полюсов более высокого порядка вычет вычисляется по общей формуле:

$$\text{Res}(f, z^0) = \frac{1}{(n-1)!} \cdot \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{d^{n-1}}{dz^{n-1}} (z - z_0)^n f(z)$$

где n – порядок полюса. Это позволяет находить вычеты даже в случае сложной структуры особенности.

Важную роль в применении теории вычетов играет выбор контура интегрирования.

При правильном выборе контура интеграл по действительной оси сводится к сумме вычетов внутри области контура, что значительно упрощает вычисления.

Также метод вычетов эффективно применяется для интегралов вида:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{iax} dx,$$

где используются аналитическое продолжение функции и замыкание контура в верхней или нижней полуплоскости.

Таким образом, теория вычетов является удобным инструментом для вычисления сложных интегралов и исследования аналитических функций.

Заключение. В работе рассмотрены основные положения теории вычетов и её применение в вычислении интегралов и исследовании аналитических функций.

Установлено, что метод вычетов является мощным инструментом комплексного анализа, позволяющим значительно упрощать вычисление сложных интегралов.

Полученные результаты подтверждают эффективность теории вычетов в решении задач математического анализа и её широкие прикладные возможности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Ahlfors L. V. Complex Analysis. McGraw-Hill, 1979.
2. Conway J. B. Functions of One Complex Variable. Springer, 1978.

3. Rudin W. Real and Complex Analysis. McGraw-Hill, 1987.
4. Stein E. M., Shakarchi R. Complex Analysis. Princeton University Press, 2003.
5. Lang S. Complex Analysis. Springer, 1999.
6. Markushevich A. I. Theory of Functions of a Complex Variable.
7. Lavrentiev M. A., Shabat B. V. Methods of the Theory of Functions of a Complex Variable.