



ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТРАНСФОРМАТОРНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ УГЛОВЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Файзуллаев Ж.С

*Ташкентский государственный транспортный университет (Ташкент,
Ўзбекистан)*

Аннотация: *В статье выполнено теоретическое обоснование и разработка математических моделей многооборотного трансформаторного преобразователя угловых перемещений с учетом распределённых магнитных параметров. Показано, что при увеличении коэффициента затухания магнитного поля в магнитной цепи, радиуса многовиткового магнитопровода, а также при уменьшении его толщины возрастает степень нелинейности статической характеристики преобразователя. Установлено, что изменение ширины магнитопровода не оказывает существенного влияния на линейность статической характеристики.*

Ключевые слова: *многооборотный трансформаторный преобразователь, измерение угловых перемещений, магнитная цепь с линейными свойствами, распределённые магнитные параметры, подвижный магнитный сердечник, теоретическое моделирование, математическая модель, статическая характеристика.*

ВВЕДЕНИЕ

Многооборотные трансформаторные преобразователи угловых перемещений находят широкое применение в системах автоматизации, измерительной техники и управления [1–4]. Они используются в различных областях техники, включая приводные и станочные комплексы (многооборотные поворотные столы, редукторные и винтовые механизмы), робототехнические и сервоприводные системы (антенно-радарные приводы), объекты коммунальной инфраструктуры (клапанные исполнительные механизмы, задвижки, узлы телемеханики), а также транспортные системы (рулевые машины, гиросtabilизированные и платформенные устройства). К основным преимуществам данных преобразователей относятся конструктивная простота, высокая выходная мощность, надёжность и продолжительный срок эксплуатации [4 – 7].

Процесс проектирования и изготовления многооборотного трансформаторного преобразователя угловых перемещений требует предварительного теоретического анализа, основанного на разработке адекватных математических моделей, позволяющих исследовать его основные статические и энергетические характеристики. В связи с этим настоящая работа

посвящена теоретическому обоснованию и построению математических моделей многооборотного трансформаторного преобразователя угла.

Разработка указанных моделей предполагает детальное исследование магнитной цепи преобразователя. В рамках настоящего исследования магнитная цепь рассматривается как линейная, то есть функционирующая на линейном участке основной кривой намагничивания магнитного материала. При этом пренебрегается влиянием потоков выпучивания на гранях и концах магнитопровода, в области подвижного сердечника, а также продольными размерами сосредоточенных обмоток возбуждения и подвижных элементов. Принятые допущения не оказывают существенного влияния на точность получаемых результатов, однако позволяют значительно упростить аналитическое описание и последующий анализ преобразователя [9].

Координату подвижного сердечника α удобнее всего отсчитывать от центрального сечения магнитопровода. Будем рассматривать два участка магнитной цепи, расположенные по обе стороны от подвижного сердечника. Начала координат каждого участка цепи (α_1 и α_2) будут совпадать с координатой подвижного сердечника (α) (см. рис.1).

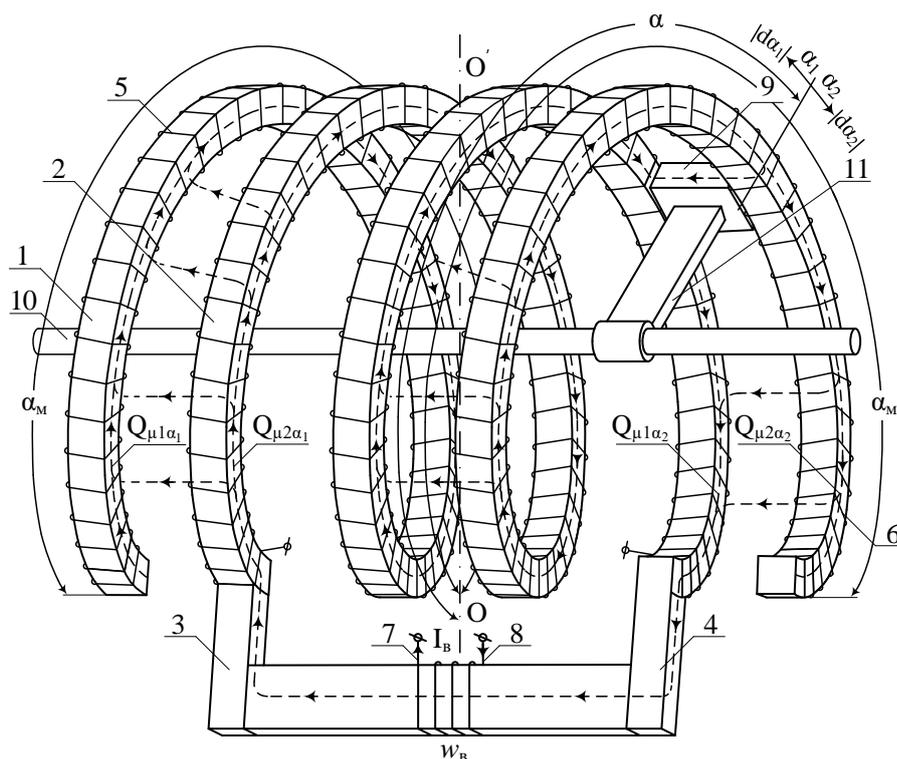


Рис.1. Конструктивная схема нового многооборотного трансформаторного преобразователя угловых перемещений

Дифференциальные уравнения для элементарной участки $d\alpha_1$, составленные на основании законов Кирхгофа имеют следующий вид (рис.2, а) [10]:

$$Q'_{\mu 1 \alpha_1} = U_{\mu \alpha_1} C_{\mu \Pi}, \quad (1)$$

$$Q'_{\mu 2 \alpha x_1} = -F_{\alpha_1} C_{\mu \Pi}, \quad (2)$$

$$U'_{\mu \alpha_1} = Z_{\mu \Pi} (Q_{\mu 2 \alpha_1} - Q_{\mu 1 \alpha_1}), \quad (3)$$



здесь $Q'_{\mu 1\alpha_1}, Q'_{\mu 2\alpha_1}$ и $U'_{\mu\alpha_1}$ – приращения (производные по угловой координате) магнитных потоков в соответствующих многовитковых магнитопроводах и магнитного напряжения между ними на элементарном участке магнитной цепи $d\alpha_1$; $Z_{\mu\pi}$ – погонное (удельное) магнитное сопротивление, приходящееся на единицу угла многовитковых магнитопроводов, принимаемое в дальнейшем постоянным на любом участке цепи. Последнее обусловлено тем, что значения рабочих индукций соответствуют линейному участку основной кривой намагничивания; $C_{\mu\pi}$ – погонная магнитная емкость (магнитная проводимость по классической аналогии) воздушного зазора для магнитного потока на единицу длины магнитопровода.

Дифференцируя уравнение (3) и подставляя в нее (1) и (2), имеем следующее уравнение:

$$U''_{\mu\alpha_1} = 2Z_{\mu\pi}G_{\mu\pi}U_{\mu\alpha_1}. \quad (4)$$

Общее решение дифференциального уравнения (4), согласно [11], имеет следующий вид:

$$U_{\mu\alpha_1} = A_1 e^{\gamma\alpha_1} + A_2 e^{-\gamma\alpha_1}, \quad (5)$$

здесь A_1 и A_2 – постоянные интегрирования, [A]; $\gamma = \sqrt{2Z_{\mu\pi}G_{\mu\pi}}$ – коэффициент распространения магнитного потока в магнитной цепи, [degri^{-1}].

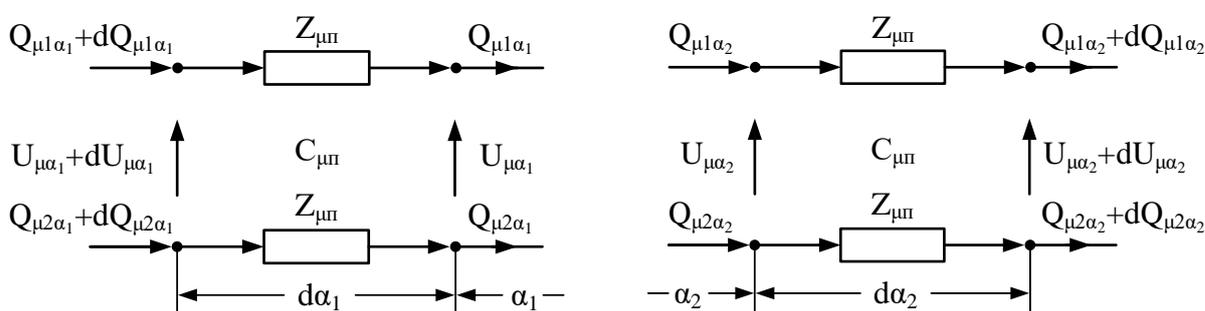


Рис.2. Схемы замещения магнитной цепи до (а) и после (б) подвижного ферромагнитного сердечника.

Для исследуемой магнитной цепи выполняется следующее равенство [10]:

$$Q_{\mu 1\alpha_1} + Q_{\mu 2\alpha_1} = Q_{\mu 1\alpha_2} + Q_{\mu 2\alpha_2} = Q_{\mu\pi}, \quad (6)$$

здесь $Q_{\mu\pi}$ – максимальное значение магнитного потока в магнитной цепи.

Находим из (6) $Q_{\mu 2\alpha_1}$ и подставляя ее в (3), определим следующее общее решение для $Q_{\mu 1\alpha_1}$:

$$Q_{\mu 1\alpha_1} = -\frac{1}{2Z_{\mu\pi}}U'_{\mu\alpha_1} + \frac{1}{2}Q_{\mu\pi} = -\frac{\gamma}{2Z_{\mu\pi}}A_1 e^{\gamma\alpha_1} + \frac{\gamma}{2Z_{\mu\pi}}A_2 e^{-\gamma\alpha_1} + \frac{1}{2}Q_{\mu\pi}. \quad (7)$$

Составляя аналогичные уравнения для правой от подвижного сердечника элементарной участки $d\alpha_2$ (рис.2, б) магнитной цепи находим следующие общие решения $U_{\mu\alpha_2}$ и $Q_{\mu 1\alpha_2}$:

$$U_{\mu\alpha_2} = A_3 e^{\gamma\alpha_2} + A_4 e^{-\gamma\alpha_2}, \quad (8)$$

$$Q_{\mu 1\alpha_2} = \frac{1}{2Z_{\mu\pi}} U'_{\mu\alpha_1} + \frac{1}{2} Q_{\mu\mu} = \frac{\gamma}{2Z_{\mu\pi}} A_3 e^{\gamma\alpha_2} - \frac{\gamma}{2Z_{\mu\pi}} A_4 e^{-\gamma\alpha_2} + \frac{1}{2} Q_{\mu\mu}. \quad (9)$$

Частные решения (5), (7)-(9) получим, определив коэффициенты $A_1 \div A_4$ для следующих краевых условий:

$$Q_{\mu 1\alpha_1=\alpha_m+\alpha} = 0, \quad (10) \quad U_{\mu\alpha_1=0} = U_{\mu\alpha_2=0}, \quad (11)$$

$$Q_{\mu 1\alpha_1=0} = Q_{\mu\delta_p} + Q_{\mu 1\alpha_2=0} = U_{\mu\alpha_1=0} C_{\mu\delta_p} + Q_{\mu 1\alpha_2=0}, \quad (12)$$

$$Q_{\mu 1\alpha_2=\alpha_m-\alpha} = Q_{\mu\mu}, \quad (13)$$

здесь $C_{\mu\delta_p}$ и $Q_{\mu\delta_p}$ – суммарная магнитная емкость ветви с подвижным сердечником и магнитный поток, проходящий через нее.

Решая совместно (5), (7)-(9) и (10)-(13), находим следующие значения постоянных интегрирования $A_1 \div A_4$:

$$A_1 = -\frac{Z_{\mu\pi} Q_{\mu\mu}}{2\Delta} \left\{ [e^{\gamma(\alpha_m-\alpha)} + e^{-\gamma(\alpha_m+\alpha)}] - \frac{2Z_{\mu\pi} C_{\mu\delta_p}}{\gamma} \operatorname{ch}[\gamma(\alpha_m + \alpha)] \right\}, \quad (14)$$

$$A_2 = -\frac{Z_{\mu\pi} Q_{\mu\mu}}{2\Delta} \left\{ [e^{\gamma(\alpha_m+\alpha)} + e^{-\gamma(\alpha_m-\alpha)}] + \frac{2Z_{\mu\pi} C_{\mu\delta_p}}{\gamma} \operatorname{ch}[\gamma(\alpha_m + \alpha)] \right\}, \quad (15)$$

$$A_3 = -\frac{Z_{\mu\pi} Q_{\mu\mu}}{2\Delta} \left\{ [e^{\gamma(\alpha_m+\alpha)} + e^{-\gamma(\alpha_m-\alpha)}] - \frac{2Z_{\mu\pi} C_{\mu\delta_p}}{\gamma} \operatorname{ch}[\gamma(\alpha_m + \alpha)] \right\}, \quad (16)$$

$$A_4 = -\frac{Z_{\mu\pi} Q_{\mu\mu}}{2\Delta} \left\{ [e^{\gamma(\alpha_m-\alpha)} + e^{-\gamma(\alpha_m+\alpha)}] + \frac{2Z_{\mu\pi} C_{\mu\delta_p}}{\gamma} \operatorname{ch}[\gamma(\alpha_m + \alpha)] \right\}, \quad (17)$$

здесь $\Delta = 2Z_{\mu\pi} C_{\mu\delta_p} [\operatorname{ch}(2\gamma\alpha_m) + \operatorname{ch}(2\gamma\alpha)] - \gamma \operatorname{sh}(2\gamma\alpha_m)$, $[m^{-1}]$.

Модуль выходной ЭДС, т.е. ЭДС между сосредоточенной обмоткой возбуждения и распределенной измерительной обмоткой, находится как [9]:

$$\begin{aligned} E_{\text{вых.}} &= \omega w_{\text{изм.п}} \left\{ \left(\int_0^{\alpha_m+\alpha} Q_{\mu 1\alpha_1} d\alpha_1 + \int_0^{\alpha_m-\alpha} Q_{\mu 1\alpha_2} d\alpha_2 \right) - \right. \\ &\quad \left. - \left(\int_0^{\alpha_m+\alpha} Q_{\mu 2\alpha_1} d\alpha_1 + \int_0^{\alpha_m-\alpha} Q_{\mu 2\alpha_2} d\alpha_2 \right) \right\} = \\ &= 2\omega w_{\text{изм.п}} Q_{\mu\mu} \frac{Z_{\mu\pi} C_{\mu\delta_p}}{\gamma\Delta} \operatorname{sh}(2\gamma\alpha), \quad (18) \end{aligned}$$

здесь $w_{\text{изм.п}}$ – погонное (удельное) значение числа витков распределенной измерительной обмотки.

Выражение (18) является аналитическим уравнением статической характеристики разработанного преобразователя угловых перемещений.

Чтобы найти выражение $Q_{\mu\mu}$ через магнитодвижущую силу (МДС) обмотки возбуждения F_v , необходимо составить следующее уравнение по второму закону Кирхгофа для замкнутого контура $abcd$:

$$F_B = Z_{\mu 0} Q_{\mu m} + Z_{\mu n} \int_0^{\alpha_m + \alpha} Q_{\mu 1 \alpha_1} d\alpha_1 + U_{\mu \alpha_2 = 0} + Z_{\mu n} \int_0^{\alpha_m - \alpha} Q_{\mu 2 \alpha_2} d\alpha_2, \quad (19)$$

здесь $Z_{\mu 0} = \frac{l_0}{\mu_0 b_0 h}$ и l_0 – магнитное сопротивление и длина ферромагнитной перемычки.

Из находим следующее значение Φ_M :

$$Q_{\mu m} = \frac{F_B}{Z_{\mu \Sigma}}, \quad (20)$$

здесь $Z_{\mu \Sigma} = Z_{\mu 0} + Z_{\mu n} \alpha_m + \frac{Z_{\mu n}}{\Delta} \left[\text{ch}(2\gamma \alpha_m) + 1 - 4 \text{ch}(\gamma \alpha_m) \text{ch}(\gamma \alpha) - \frac{Z_{\mu n} C_{\mu} \delta_p}{\gamma} \cdot \text{sh}(2\gamma \alpha_m) \right]$ – общее магнитное сопротивление цепи на пути потока $Q_{\mu m}$.

Выражения (18)-(20) являются математическими моделями нового многооборотного трансформаторного преобразователя угловых перемещений со специальной структурой распределения параметров магнитной цепи, которые могут быть использованы при исследовании его основных характеристик.

Выражение (18) является аналитическим уравнением статической характеристики исследуемого нового преобразователя. Графики (рис.3), построенные на основе (18), показывают, что с увеличением значения

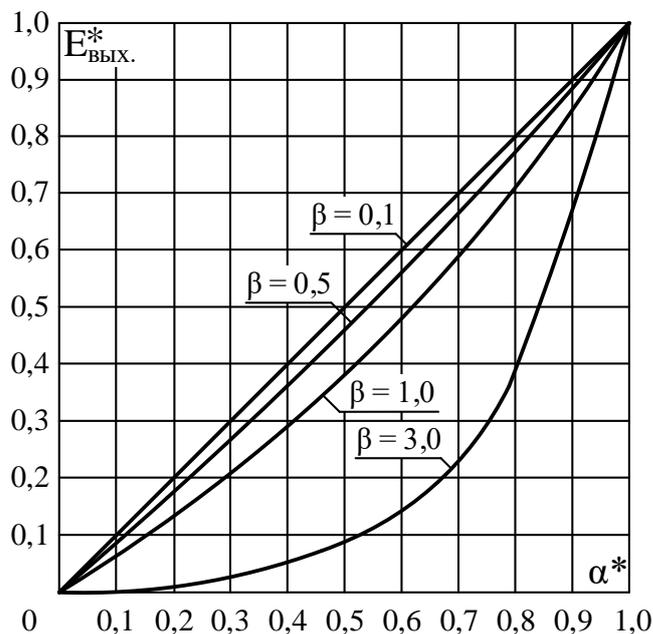


Рис.3. Кривые статической характеристики разработанного многооборотный трансформаторного преобразователя угловых перемещений при разных значениях β : $E_{\text{ВЫХ.}}^* = E_{\text{ВЫХ.}} / E_{\text{ВЫХ.}\alpha^*=1}$; $\alpha^* = \alpha / \alpha_m$.

коэффициента затухания магнитного поля в магнитной цепи $\beta = \gamma \alpha_m$, радиуса многовиткового магнитопровода и уменьшением его толщины степень нелинейности статической характеристики нового преобразователя возрастает,



а ширина магнитопровода не влияет на линейность статической характеристики.

Таким образом, в статье разработаны математические модели нового многооборотного трансформаторного преобразователя угловых перемещений с учетом распределенности. Установлено, что с увеличением значения коэффициента затухания магнитного поля в магнитной цепи, радиуса многовиткового магнитопровода и уменьшением его толщины степень нелинейности статической характеристики нового преобразователя возрастает, а ширина магнитопровода не влияет на линейность статической характеристики.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Файзуллаев Ж.С. Исследование методов повышения точности измерений электромагнитных датчиков// Республиканская научно-практическая конференция «Роль научных исследований и факторы развития в процветании Нового Узбекистана». Коканд, 05.03.2024. – С.114-118.

2. Федотов А.В. Теория и расчет индуктивных датчиков перемещений для систем автоматического контроля: монография/А.В. Федотов. – Омск, издательство ОмГТУ, 2011. – 176 с.

3. Датчики: Справочное пособие / Под общ. ред. В.М. Шарапова, Е.С. Полищука. Москва: Техносфера, 2012.- 624 с.

4. Информационно-измерительная техника и электроника/ Под. ред. Раннева Г.Г. – Москва: Академия, 2007. – 511 с.

5. Многооборотный трансформаторный преобразователь угловых перемещений // Амиров С.Ф., Жумабаев Ф.Х., Файзуллаев Ж.С., Жумабаев Ф.Х., Юлдашев Н.Р.//Расмий ахборотнома, 2025. - №8.

6. Зарипов М.Ф. Преобразователи с распределенными параметрами для автоматики и информационно-измерительной техники. – Москва: Энергия, 1969. – 176 с.

7. Конюхов Н.Е. и др. Электромагнитные датчики механических величин/Н.Е. Конюхов, Ф.М. Медников, М.Л. Нечаевский. – Москва: Машиностроение, 1987. – 256 с.

8. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов: Учебное пособие. – Санкт-Петербург: Издательство «Лань», 2010. – 608 с.

9. Угли Файзуллаев Дж. С. и др. Математические модели нового магнитоупругого датчика для измерения параметров мощности и вибрации // Химическая технология, контроль и управление. – 2021. – Т. 2021. – № 1. – С. 43-51.



10. Файзуллаев Ж.С. Анализ и исследование трансформаторных преобразователей угловых перемещений// Научная дистанционная конференция «Цифровые технологии в технических и инженерных науках: теория и практика». Андижан, 29.10.2025. – С.9-13.

11. Файзуллаев Ж.С. Исследование методов повышения точности измерений электромагнитных датчиков// Республиканская научно-практическая конференция «Роль научных исследований и факторы развития в процветании Нового Узбекистана». Коканд, 05.03.2024. – С.114-118.

12. Fayzullaev J.S. Improvement of technical diagnostic methods of transformers// International conference on advance research in humanities, applied sciences and education. USA. 28.09.2022 - №6. P.34-43.

13. Fayzullaev J.S. Improvement of technical diagnostic methods of transformers// NEUROQUANTOLOGY. India. 20.10.2022 – Vol. 20, Issue 12. P.1263-1373.

14. Yakubov M.S., Fayzullayev J.S., Isroilov U.Sh. Reliability And Resource Evaluation Of The Traction Asynchronous Motor Control System. The American Journal of Engineering and Technology (ISSN - 2689-0984), USA, 2021.-P. 7-16.